

Федеральное агентство по образованию

**ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И
РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)**

Кафедра физики

А.М. Кириллов

**ФИЗИКА
В КОНСПЕКТАХ И ПРИМЕРАХ**

Часть 3

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Учебно-методическое пособие для поступающих в ТУСУР

2006

СОДЕРЖАНИЕ

1. Силовое действие электрического поля
 - Основные понятия и определения
 - Закон сохранения электрического заряда
 - Закон Кулона
 - Принцип суперпозиции кулоновских сил
 - Электростатическое поле
 - Напряженность электрического поля
 - Напряженность поля точечного заряда
 - Напряженность поля бесконечной равномерно заряженной плоскости
 - Принцип суперпозиции электрических полей
 - Основные законы и формулы
 - Примеры решения задач
2. Потенциал и энергия электрического поля
 - Потенциал электрического поля
 - Работа электростатического поля по перемещению заряда
 - Принцип суперпозиции электрических полей
 - Потенциал поля точечного заряда
 - Потенциал тела
 - Связь разности потенциалов с напряженностью электростатического поля
 - Потенциальная энергия взаимодействия двух точечных зарядов
 - Электрическая ёмкость
 - Ёмкость уединенного (изолированного) проводника
 - Ёмкость уединенного проводящего шара
 - Конденсатор
 - Электроёмкость конденсатора
 - Плоский конденсатор
 - Параллельное и последовательное соединения конденсаторов
 - Энергия электрического поля
 - Энергия заряженного проводника
 - Энергия заряженного конденсатора
 - Объёмная плотность энергии электрического поля
 - Основные законы и формулы
 - Примеры решения задач
3. Контрольные работы

1. СИЛОВОЕ ДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Основные понятия и определения

Электростатика – раздел физики, изучающий законы взаимодействия неподвижных в какой-либо инерциальной системе отсчёта тел, обладающих электрическим зарядом.

Электрический заряд q – физическая величина, определяющая интенсивность электрических взаимодействий. Единица измерения электрического заряда – Кулон: $[q]=\text{Кл}$.

Способность электрических зарядов как к взаимному притяжению, так и взаимному отталкиванию объясняется существованием двух видов зарядов: положительного и отрицательного. *Одноименные заряды отталкиваются, разноименные – притягиваются* (рис.1.1).

Элементарный электрический заряд $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл – это минимальный заряд, который может иметь заряженное тело. Носителем элементарного отрицательного заряда является электрон, положительного – протон.

Дискретность электрического заряда: заряд q любого тела равен целому числу n элементарных зарядов e .

$$q = \pm n \cdot e, \quad (1.1)$$

где $n=0, 1, 2, \dots$.

Точечный электрический заряд – заряд, сосредоточенный на теле, размер которого много меньше расстояний до других заряженных тел.

Поверхностная и объёмная плотности электрического заряда

$$\sigma = \frac{q}{S}, \quad (1.2)$$

где S – площадь поверхности по которой распределен заряд q .

$$\rho = \frac{q}{V}, \quad (1.3)$$

где V – объем пространства, в котором распределен заряд q .

Диэлектрическая среда (диэлектрик, изолятор) – среда (вакуум или вещество) плохо проводящее электрический ток. Диэлектрик уменьшает силу взаимодействия между электрическими зарядами.

Диэлектрическая проницаемость среды ϵ показывает, во сколько раз сила взаимодействия между электрическими зарядами в данной среде меньше чем в вакууме. Диэлектрическая проницаемость – безразмерная величина ($\epsilon \geq 1$). Для вакуума $\epsilon=1$. Для неионизированных газов при нормальных условиях $\epsilon \approx 1$.

Закон сохранения электрического заряда

В замкнутой системе алгебраическая сумма зарядов всех частиц остаётся неизменной, какие бы процессы не происходили в системе:

$$\sum_{i=1}^n q_i = \text{const}. \quad (1.5)$$

Другими словами, замкнутая система не обменивается зарядами с внешней средой. В природе никогда и нигде не возникает электрический заряд одного знака (разноименные заряды возникают и исчезают парами).

Закон Кулона

Закон Кулона определяет силу взаимодействия между двумя точечными зарядами q_1 и q_2 (рис.1.1).

Сила взаимодействия в вакууме:

$$F_K = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2}, \quad (1.6)$$

где $k = 9 \cdot 10^9$ м/Ф – коэффициент пропорциональности, r – расстояние между зарядами. Сила взаимодействия в диэлектрической среде:

$$F_K = \frac{k}{\varepsilon} \frac{|q_1 q_2|}{r^2}, \quad (1.7)$$

где ε – диэлектрическая проницаемость среды.

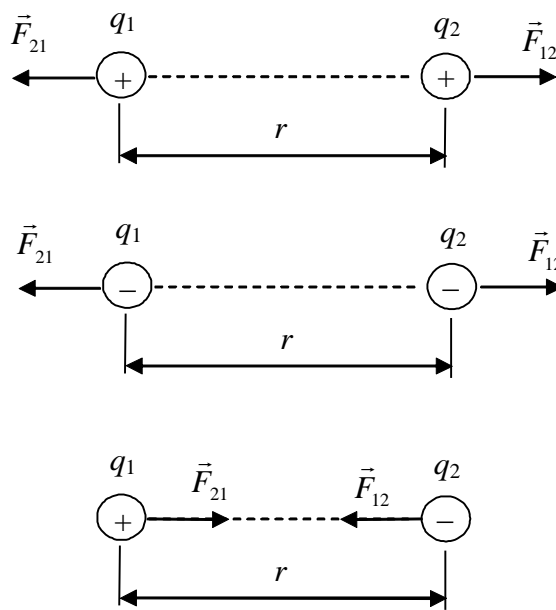


Рисунок 1.1 – Взаимодействие точечных электрических зарядов (кулоновское взаимодействие)

Выражения (1.6) и (1.7) справедливы также для равномерно заряженных сферических поверхностей и шаров. В этом случае под r понимается расстояние между центрами таких тел (рис.1.2).

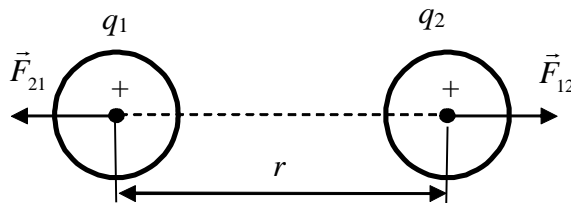


Рисунок 1.2 – Взаимодействие шарообразных заряженных тел

Принцип суперпозиции кулоновских сил.

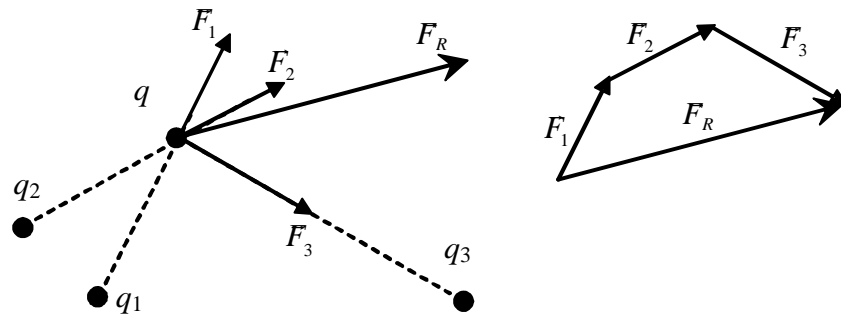


Рисунок 1.3 – Суперпозиция сил

Если на заряд действует одновременно несколько сил \vec{F}_i со стороны зарядов q_i , то их совокупное действие эквивалентно действию одной силы \vec{F}_R , равной векторной (геометрической) сумме всех действующих на заряд сил (см. рис. 1.3):

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_N = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i. \quad (1.8)$$

Электростатическое поле

Электростатическое поле – силовое поле, создаваемое в окружающем пространстве неподвижным электрическим зарядом.

Сила электростатического взаимодействия – сила, действующая со стороны электростатического поля на электрический заряд, находящийся в этом поле.

Напряженность электрического поля \vec{E} – силовая характеристика электрического поля; векторная величина, определяемая отношением силы, действующей на неподвижный положительный заряд q , помещенный в данную точку поля, к величине этого заряда:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}. \quad (1.9)$$

Из выражения (1.9) можно видеть, что направление вектора напряженности совпадает с направлением силы электростатического взаимодействия, действующей со стороны поля на положительный заряд. Единица измерения напряженности - $\underline{E} = \text{Н} / \text{Кл} = \text{В} / \text{м}$.

Напряженность поля точечного заряда (в вакууме и диэлектрической среде, соответственно):

$$E = k \frac{|q|}{r^2}, \quad E = \frac{k |q|}{\varepsilon r^2}, \quad (1.10)$$

где r – расстояние от заряда до точки пространства, в которой определяется напряженность E .

Если поле создается положительным зарядом, то вектор \vec{E} направлен от заряда во внешнее пространство (рис.1.4а); если поле создается отрицательным зарядом, то вектор \vec{E} направлен к заряду (рис.1.4б).

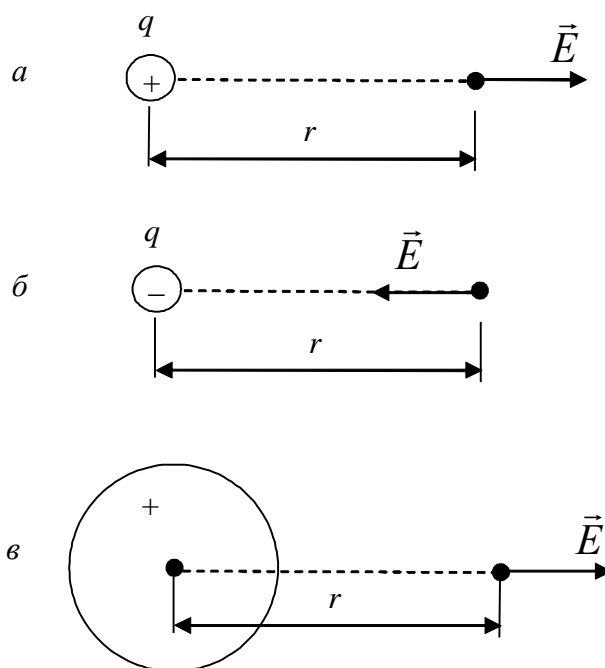


Рисунок 1.4 – Поле точечного заряда (а,б) и тела шаровой формы (в)

Выражения (1.10) справедливы также для равномерно заряженных сферических поверхностей и шаров. В этом случае под r понимается расстояние от центра таких тел (рис.1.4в).

Силловые линии.

Электростатическое поле графически изображается в виде картины силовых линий. *Силовой линией (линией напряженности)* называется линия, касательная к которой в каждой точке совпадает с вектором напряженности \vec{E} .

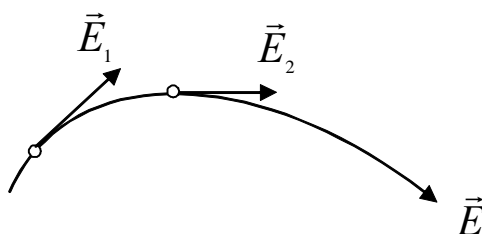


Рисунок 1.5 – Силовая линия (линия напряженности) электрического поля

Линии напряженности электростатического поля начинаются на положительных электрических зарядах и кончаются на отрицательных электрических зарядах или уходят в бесконечность. Густота силовых линий пропорциональна величине напряженности.

Следует отметить, что не надо отождествлять траектории движения заряженных частиц с линиями напряженности. Траектория частицы обладает тем свойством, что в каждой ее точке по касательной к ней направлена скорость частицы. По касательной же к линии напряженности направлена сила, действующая со стороны поля на частицу, а также ускорение частицы.

Однородное электрическое поле – электрическое поле, в котором напряженность одинакова по модулю и направлению в любой точке пространства.

Напряженность поля бесконечной равномерно заряженной плоскости (пластины).

Свойством однородности обладает поле, созданное зарядом, равномерно распределенным на бесконечной плоскости (пластине). Заряд характеризуется его поверхностной плотностью (зарядом, приходящимся на единицу площади) $\sigma = \text{const}$.

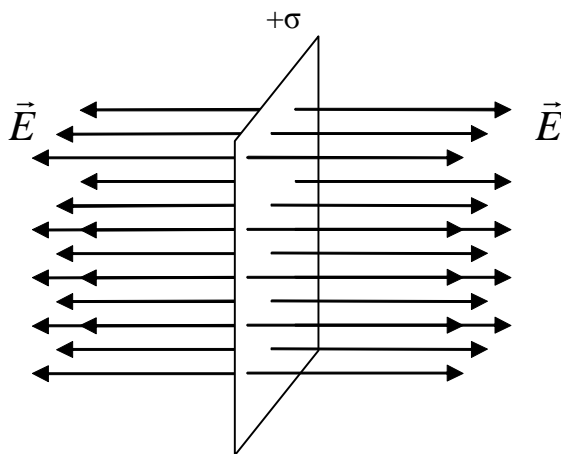


Рисунок 1.6 – Поле равномерно заряженной плоскости

Напряженность поля:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}. \quad (1.11)$$

Формула (1.11) применяется для расчётов напряженности электрического поля, когда форма равномерно заряженной поверхности близка к плоскости и расстояние r от точки, в которой определяется напряженность поля, до поверхности тела значительно меньше размеров тела ($r \ll \sqrt{S}$, где S – площадь заряженной поверхности) и расстояния до края заряженной поверхности.

Принцип суперпозиции электрических полей.

Если на электрический заряд q действуют одновременно электрические поля нескольких зарядов, то результирующая сила оказывается равной геометрической сумме сил (1.8), действующих со стороны каждого поля в отдельности. Это свойство электрических полей означает, что поля подчиняются *принципу суперпозиции*: если в данной точке пространства различные заряженные тела создают электрические поля с напряженностями \vec{E}_i , то **вектор напряженности электрического поля равен сумме векторов напряженности всех полей** (рис.1.7):

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_N = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i. \quad (1.12)$$

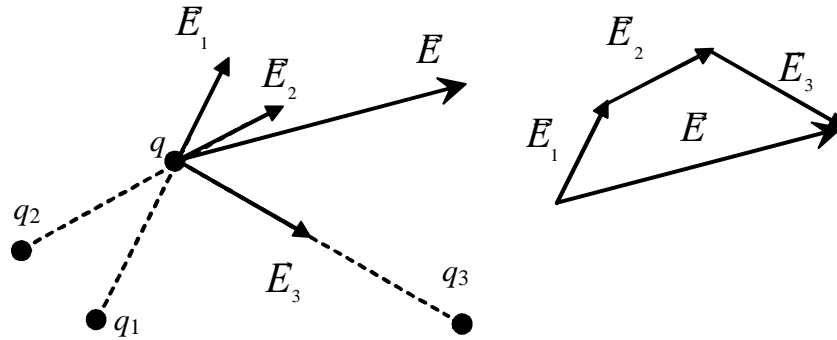


Рисунок 1.7 – Суперпозиция электрических полей

Поле между двумя плоскостями. Конденсатор

Пусть поле создаётся двумя равномерно заряженными разноименными зарядами плоскостями с поверхностными плотностями $+\sigma$ и $-\sigma$. Согласно принципу суперпозиции поле плоскостей можно найти как векторную сумму полей, создаваемых каждой плоскостью в отдельности (рис. 1.8). На рисунке верхние стрелки соответствуют полю $+\vec{E}$ от положительно заряженной плоскости, нижние – от отрицательной плоскости $-\vec{E}$. Можно видеть, что справа и слева от плоскостей напряженности полей $+\vec{E}$ и $-\vec{E}$ направлены навстречу друг другу, поэтому здесь напряженность поля $\vec{E} = (+\vec{E}) + (-\vec{E}) = 0$.

В области между плоскостями $E = (+E) + (-E) = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}$.

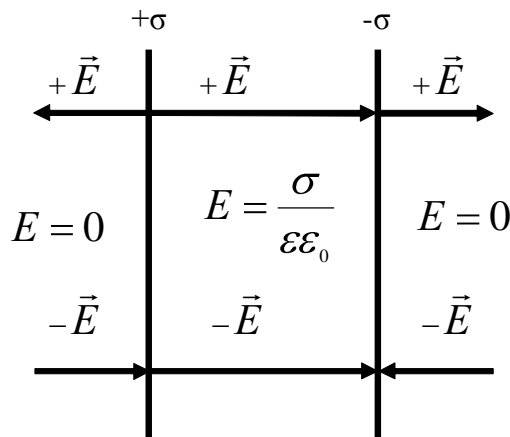


Рисунок 1.8 – Поле двух заряженных плоскостей.

Итак, напряженность поля между двумя разноименно заряженными плоскостями (поле конденсатора):

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}. \quad (1.13)$$

Основные законы и формулы

Таблица 1.1 Основные законы и формулы

Название закона (формулы)	Математическая запись закона, формула
Дискретность электрического заряда	$q = \pm n \cdot e$ $n = 0, 1, 2, \dots$
Закон сохранения электрического заряда	$\sum_{i=1}^n q_i = \text{const}$
Поверхностная плотность заряда	$\sigma = \frac{q}{S}$
Объёмная плотность заряда	$\rho = \frac{q}{V}$
Сила Кулона (в вакууме)	$F_K = k \frac{ q_1 q_2 }{r^2}$
Сила Кулона (в диэлектрической среде)	$F_K = \frac{k}{\varepsilon} \cdot \frac{ q_1 q_2 }{r^2}$
Принцип суперпозиции кулоновских сил	$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_N = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i$
Напряженность поля точечного заряда в вакууме	$E = k \frac{ q }{r^2}$
Напряженность поля точечного заряда в диэлектрической среде	$E = \frac{k}{\varepsilon} \frac{ q }{r^2}$
Напряженность поля бесконечной равномерно заряженной плоскости (пластины)	$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}$
Напряженность поля между двумя разноименно заряженными плоскостями (поле конденсатора)	$E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$
Принцип суперпозиции электрических полей	$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_N = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i$

Задачи

- Какая работа совершается однородным электрическим полем напряжённостью 100 В/м при перемещении заряда 2 мкКл на 2 см в направлении, составляющем угол 60° с направлением силовых линий? Ответ дать в мкДж. [2]
- Проводящий шар имеет поверхностную плотность заряда 2 нКл/м². Определить в СИ напряжённость электрического поля в точке, удалённой от поверхности шара на расстояние, равное пяти радиусам шара. [6,28]

3. Два точечных заряда величиной $+9$ нКл и $+1$ нКл расположены на расстоянии 1 м друг от друга. На каком расстоянии от большего заряда на прямой, соединяющей эти заряды, напряжённость электрического поля равна нулю? Ответ дать в СИ. [0,75]

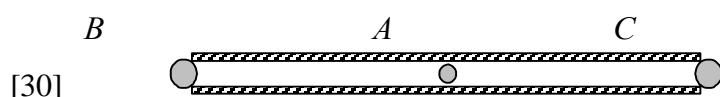
4. Два одинаковых шарика с зарядами 2 нКл и 8 нКл находились на расстоянии 2 м друг от друга в вакууме. После приведения шариков в соприкосновение их развели на расстояние, при котором сила взаимодействия зарядов осталась прежней. На какое расстояние развели заряды? Ответ дать в СИ. [2,5]

5. Во сколько раз уменьшится напряжённость электрического поля в воздушном конденсаторе, заряженном и отключенном от источника тока, если расстояние между пластинами уменьшить вдвое, а пространство между ними заполнить диэлектриком с диэлектрической проницаемостью, равной 4 ? [4]

6. Шарик массой $0,4$ г и зарядом $0,5$ мкКл подвешен на нити в однородном электрическом поле, силовые линии которого горизонтальны. Определить в СИ напряжённость электрического поля, если угол отклонения нити от вертикали составляет 45° . Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с². [8000]

7. Напряжённость электрического поля между обкладками плоского вакуумного конденсатора, находящимися на расстоянии $9,1$ см друг от друга, равна 320 В/м. Электрон из состояния покоя проходит путь от отрицательной обкладки до положительной. Определить в км/с скорость электрона в конце пути. [3200]

8. В горизонтальной диэлектрической трубке длиной 75 см находится положительно заряженный шарик A . К концам трубки прикреплены два металлических шара B и C . Первый из них заряжают зарядом $q_1 = +2$ мкКл, второй - зарядом $q_2 = +4,5$ мкКл. Определить в см расстояние от шарика B до устойчивого равновесия шарика A .



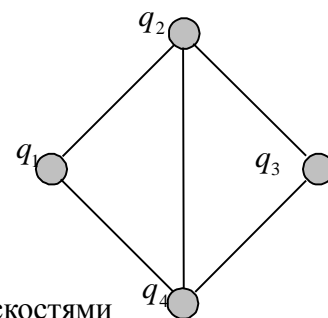
9. Два небольших тела, связанные нитью, лежат на горизонтальной плоскости. Заряд каждого тела 3 нКл, масса 10 мг. Нить пережигают, и тела скользят по плоскости. Коэффициент трения равен $0,1$. Определить в см расстояние между телами, при котором они развивают максимальную скорость. Ускорение свободного падения принять 10 м/с². Решение обосновать. [9]

10. Математический маятник, состоящий из металлического шарика массой $0,1$ г и диэлектрической нити (ее масса много меньше массы шарика), находится на орбитальной станции в состоянии невесомости. Для того, чтобы маятник стал совершать точно такие же колебания, как и на Земле, его помещают между обкладками плоского конденсатора, и шарик заряжают зарядом $4,9$ нКл. Площадь каждой обкладки 100 см². Определить в нКл заряд конденсатора. [17,7]

11. Две параллельные горизонтальные бесконечные пластины заряжены с поверхностной плотностью заряда $9,75$ пКл/см² и $6,21$ пКл/см². Между ними взвешены (неподвижно висят) заряженные капельки масла. Каждая капелька содержит по 5 лишних электронов, которые и создают им заряд. Определить в СИ массу капельки. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с². [$1,6 \cdot 10^{-16}$]

12. Определить в мН силу, с которой одна пластина плоского воздушного конденсатора действует на другую. Заряд конденсатора 177 нКл, площадь пластины 100 см^2 . [177]

13. Четыре заряда $q_1 = q_3 = 3 \text{ мкКл}$ и $q_2 = q_4 = 5 \text{ мкКл}$ связаны нитями, как показано на рисунке, и образуют квадрат со стороной 40 см. Определить в СИ силу натяжения нити, соединяющей заряды q_2 и q_4 . [0,45]



14. В области пространства между двумя параллельными плоскостями равномерно распределен положительный заряд с плотностью 177 мкКл/м^3 . На расстоянии 5 см от центра этой области расположен точечный заряд, величина которого 0,2 мКл. Определить в СИ силу, действующую на этот заряд. [0,2]

15. Обкладки большого плоского конденсатора расположены горизонтально, а между ними на нити подвешен металлический шарик массой 1 г. Если шарик не заряжен, то период его колебаний равен $\sqrt{14}$ с. При сообщении шарiku положительного заряда q период его колебаний уменьшился в 1,2 раза. Определить в СИ период колебаний шарика, если его заряд изменить на противоположный, то есть на $-q$. [5]

2. ПОТЕНЦИАЛ И ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Потенциал электрического поля

Электрический потенциал φ – это энергетическая характеристика электростатического поля, равная отношению потенциальной энергии W , которой обладает заряд q в данной точке поля, к величине этого заряда:

$$\varphi = \frac{W}{q}. \quad (2.1)$$

Единица измерения электрического потенциала – Вольт: $[\varphi]=\text{В}$.

Работа электростатического поля по перемещению заряда из точки 1 с потенциалом φ_1 в точку 2 с потенциалом φ_2 :

$$A_{12} = -\Delta W = -q\Delta\varphi = q(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (2.2)$$

где $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ - разность потенциалов между точками 1 и 2.

Из выражения (2.2) следует, что положительные заряды под действием сил электрического поля движутся от большего потенциала к меньшему, т.е. вдоль линии напряженности электрического поля. Таким образом, *силовая линия электростатического поля направлена от большего потенциала к меньшему*.

Т.к. в физике обычно понимают, что потенциал в бесконечно удаленной точке равен нулю ($\varphi_\infty = 0$), то потенциал численно равен работе сил электростатического поля при перемещении точечного единичного положительного заряда ($q = +1$ Кл) из данной точки с потенциалом φ в бесконечность:

$$\varphi = \frac{A_\infty}{q}. \quad (2.3)$$

Из выражения (2.2) можно видеть, что работа электростатического поля, не зависит от вида траектории, по которой произошло перемещение заряда, а работа на замкнутом контуре равна нулю.

Эквипотенциальные поверхности – поверхности, во всех точках которой потенциал электрического поля имеет одинаковые значения.

Между двумя любыми точками на эквипотенциальной поверхности разность потенциалов равна нулю, поэтому работа сил электрического поля при любом перемещении заряда по эквипотенциальной поверхности равна нулю ($A = FS \cos\alpha = 0$). Это означает, что вектор силы $\vec{F}_э$ в любой точке траектории движения заряда по эквипотенциальной поверхности перпендикулярен вектору перемещения. Следовательно, линии напряженности электростатического поля перпендикулярны эквипотенциальной поверхности.

Принцип суперпозиции электрических полей.

Если в данной точке пространства различные заряженные тела создают электрические поля с потенциалом φ_i , то потенциал электрического поля равен алгебраической сумме потенциалов, созданных каждым зарядом:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_N = \sum_{i=1}^N \varphi_i. \quad (2.3)$$

Потенциал поля точечного заряда (заряженного проводящего шара или сферической поверхности).

Потенциал электрического поля, создаваемого точечным зарядом q , в точке, находящейся на расстоянии r от этого заряда:

$$\varphi = k \frac{q}{\varepsilon r}. \quad (2.4)$$

Если заряд q равномерно распределен по объёму шара или поверхности сферы (шара) радиуса R , то потенциал поля этого заряда также определяется выражением (2.4) при расстояниях от центра шара (сферы) $r \geq R$.

Потенциал тела равен потенциалу на его поверхности. Потенциал шара (сферы):

$$\varphi = k \frac{q}{\varepsilon R}. \quad (2.5)$$

Потенциал поля системы точечных зарядов.

Согласно принципу суперпозиции электрических полей, потенциал поля системы точечных зарядов:

$$\varphi = \sum_{i=1}^N \varphi_i = \frac{k}{\varepsilon} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_i}, \quad (2.6)$$

где $\varphi_i = \frac{k q_i}{\varepsilon r_i}$ - потенциал заряда q_i , находящегося на расстоянии r_i от рассматриваемой точки поля.

Связь разности потенциалов с напряженностью электростатического поля.

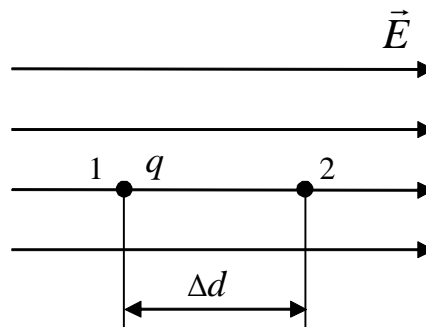


Рисунок 2.1

Рассмотрим однородное электростатическое поле ($\vec{E} = const$). Пусть заряд q перемещается вдоль силовой линии (линии напряженности) электростатического поля, тогда работа по перемещению заряда из точки 1 в точку 2 (с учётом знака заряда):

$$A_{12} = F \cdot \Delta d \cdot \cos \alpha = q \cdot E \cdot \Delta d = -q \cdot \Delta \varphi = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Отсюда следует, что

$$E = - \frac{\Delta \varphi}{\Delta d} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\Delta d}. \quad (2.7)$$

Отметим, что силовая линия (линия напряженности) направлена от большего потенциала к меньшему.

Потенциальная энергия взаимодействия двух точечных зарядов (шаров).

Из выражений (2.1) и (2.4) следует, что потенциальная энергия взаимодействия двух точечных зарядов (шаров):

$$W_{12} = k \frac{|q_1 q_2|}{\varepsilon r}. \quad (2.8)$$

Электрическая ёмкость

Электрическая ёмкость (электроёмкость) – физическая величина C , характеризующая способность проводника накапливать на себе электрические заряды.

Единица измерения электроёмкости – фарад: $[C]=\Phi$.

Ёмкость уединенного (изолированного) проводника (т.е. находящегося вдали от заряженных тел и других проводников) равна:

$$C = \frac{q}{\varphi}, \quad (2.9)$$

где φ – потенциал проводника, прямо пропорциональный заряду q . Другими словами, *электроёмкость проводника – величина, численно равная заряду, который необходимо сообщить проводнику, чтобы повысить его потенциал на 1 В.*

Электроёмкость проводника зависит только от его линейных размеров, формы, диэлектрической проницаемости среды, в которую он помещен, и расположения окружающих тел.

Ёмкость уединенного проводящего шара радиуса R , находящегося в диэлектрической среде с проницаемостью ε :

$$C_{\text{шар}} = \frac{q}{\varphi} = \frac{q}{k \frac{q}{\varepsilon R}} = \frac{\varepsilon R}{k} = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R. \quad (2.10)$$

Конденсатор

Конденсатор – система, состоящая из двух проводников, разделенных диэлектриком, толщина которого мала по сравнению с размерами проводника. Проводники в этом случае называются обкладками конденсатора. Заряды обкладок равны по величине и противоположны по знаку.

Электроёмкость конденсатора:

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} \text{ или } C = \frac{q}{U}, \quad (2.11)$$

где q – величина заряда на обкладках конденсатора (заряд конденсатора), $U = \Delta\varphi$ – разность потенциалов (напряжение) между обкладками конденсатора.

Плоский конденсатор представляет собой две плоские металлические пластины (см. рисунок 1.8), расположенные параллельно на малом расстоянии друг от друга и разделенные слоем диэлектрика. Электроёмкость плоского конденсатора можно получить, используя выражения (2.11), (1.2), (1.13) и (2.7):

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{\sigma S}{Ed} = \frac{\sigma S}{\frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}, \quad (2.12)$$

где S – площадь пластин (обкладок) конденсатора, d – расстояние между обкладками.

Параллельное и последовательное соединения конденсаторов.

На практике для получения электроёмкостей нужной величины используют последовательное и параллельное соединения конденсаторов в батарее.

Последовательным называется такое соединение, при котором после зарядки батареи отрицательно заряженная обкладка предыдущего конденсатора оказывается соединенной с положительно заряженной обкладкой последующего.

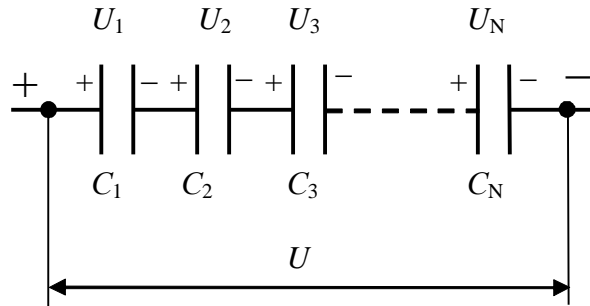


Рисунок 2.2 – Последовательное соединение конденсаторов

Отрицательно и положительно заряженные обкладки двух соседних конденсаторов, например первого и второго, составляют один проводник, поэтому они имеют одинаковый потенциал и отрицательный заряд на обкладке первого конденсатора равен положительному заряду на обкладке второго конденсатора. Таким образом, на всех последовательно соединенных конденсаторах находится одинаковый заряд q , равный заряду батареи в целом. Напряжение на батарее (между крайними обкладками всей батареи) равно сумме напряжений на отдельных конденсаторах:

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_N = \sum_{i=1}^N U_i. \quad (2.13)$$

Из выражения (2.13) с учетом соотношения (2.11) следует:

$$U = \frac{q}{C} = U_1 + U_2 + \dots + U_N = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \dots + \frac{q}{C_N}.$$

Таким образом, емкость батареи последовательно соединенных конденсаторов удовлетворяет соотношению

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{C_i} \right). \quad (2.14)$$

Параллельным называется такое соединение, при котором одна обкладка всех конденсаторов присоединяется к одному проводу, а вторая – к другому.

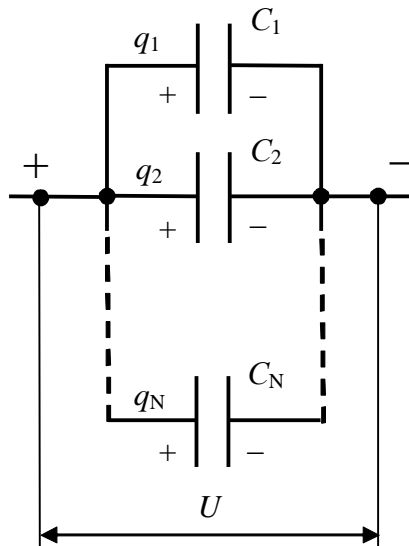


Рисунок 2.3 - Параллельное соединение конденсаторов

В этом случае все конденсаторы заряжаются до одного и того же напряжения U , а общий заряд q всей батареи равен сумме зарядов на отдельных конденсаторах:

$$q = q_1 + q_2 + \dots + q_N = \sum_{i=1}^N q_i. \quad (2.15)$$

Из выражения (2.15) с учетом соотношения (2.11) следует:

$$q = CU = q_1 + q_2 + \dots + q_N = C_1U + C_2U + \dots + C_NU.$$

Таким образом, электроемкость батареи параллельно соединенных конденсаторов:

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_N = \sum_{i=1}^N C_i. \quad (2.16)$$

Энергия электрического поля

Энергия заряженного проводника:

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C}, \quad (2.17)$$

где C - емкость проводника заряженного до потенциала φ зарядом q .

Энергия заряженного конденсатора:

$$W = \frac{C\Delta\varphi^2}{2} = \frac{q\Delta\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C} \text{ или } W = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C}. \quad (2.18)$$

Объёмная плотность энергии электрического поля – величина w , численно равная энергии электрического поля с напряженностью E в единице объема среды с диэлектрической проницаемостью ε :

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}, \quad (2.19)$$

где W - энергия электрического поля, локализованного в объеме пространства V .

Основные законы и формулы

Таблица 2.1 Основные законы и формулы

Название закона (формулы)	Математическая запись закона, формула
Потенциал электрического поля	$\varphi = \frac{W}{q}$
Потенциал поля точечного заряда в вакууме	$\varphi = k \frac{q}{r}$
Потенциал поля точечного заряда в диэлектрической среде	$\varphi = \frac{k q}{\varepsilon r}$
Потенциал поля, создаваемого заряженным шаром (сферой)	$\varphi = \frac{k q}{\varepsilon r} \quad (r \geq R)$

Потенциал шара (сферы)	$\varphi = \frac{k q}{\varepsilon R}$
Принцип суперпозиции электрических полей	$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_N = \sum_{i=1}^N \varphi_i$
Потенциал поля системы точечных зарядов	$\varphi = \sum_{i=1}^N \varphi_i = \frac{k}{\varepsilon} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_i}$
Связь разности потенциалов с напряженностью электростатического поля	$E = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta d} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\Delta d}$
Потенциальная энергия взаимодействия двух точечных зарядов (шаров)	$W_{12} = k \frac{ q_1 q_2 }{\varepsilon r}$
Емкость уединённого проводника	$C = \frac{q}{\varphi}$
Емкость шара	$C_{\text{шар}} = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R = \frac{\varepsilon R}{k}$
Емкость конденсатора	$C = \frac{q}{\Delta\varphi} \text{ или } C = \frac{q}{U}$
Емкость плоского конденсатора	$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$
Ёмкость батареи параллельно соединённых конденсаторов	$C = C_1 + C_2 + \dots + C_N = \sum_{i=1}^N C_i$
Ёмкость батареи последовательно соединённых конденсаторов	$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}$
Энергия заряженного проводника	$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C}$
Энергия конденсатора	$W = \frac{C\Delta\varphi^2}{2} = \frac{q\Delta\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C} \text{ или}$ $W = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C}$
Объёмная плотность энергии электрического поля	$w = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}$

Задачи

1. Два одинаковых точечных заряда создают в точке, лежащей на середине расстояния между ними, потенциал 30 В. Чему будет равен потенциал этой точки, если, перемещая один из зарядов вдоль прямой, их соединяющей, увеличить расстояние между зарядами в 2 раза? Ответ дать в СИ. [20]

2. Во сколько раз уменьшится потенциал заряженного металлического шара радиусом 0,1 м, если этот шар с помощью длинного проводника электрически соединить с удалённым от него незаряженным металлическим шаром радиусом 0,3 м? Ёмкостью проводника пренебречь. [4]
3. Конденсатор ёмкостью 1000 пФ зарядили до разности потенциалов 10 В. Определить в СИ плотность энергии электрического поля, если площадь обкладки 1 см², расстояние между обкладками 1мм. [0,5]
4. Определить в СИ энергию наэлектризованного проводящего шара с поверхностной плотностью заряда 10 мкКл/м², если его потенциал равен 4 кВ. Площадь поверхности шара 12,5 м². [0,25]
5. Конденсатор ёмкостью 2 мкФ подсоединили к источнику постоянного напряжения 950 В, конденсатор ёмкостью 5 мкФ - к источнику 600 В. После отключения от источников конденсаторы соединили друг с другом параллельно. Определить в СИ напряжение батареи конденсаторов. [700]
6. Определить в пФ ёмкость конденсатора, если известно, что при сообщении ему заряда 10 мкКл совершается работа 10 Дж. [5]
7. Во сколько раз увеличится ёмкость плоского воздушного конденсатора, пластины которого расположены вертикально, если конденсатор погрузить до половины в жидкий диэлектрик с диэлектрической проницаемостью, равной 5? [3]
8. Конденсатор состоит из нескольких латунных листов, проложенных стеклянными прокладками толщиной 2 мм. Площадь листа 200 см², диэлектрическая проницаемость стекла 7. Определить количество листов, если ёмкость конденсатора 17,7 пФ. [36]
9. Частица с зарядом $-0,5$ мкКл и с кинетической энергией 0,5 Дж влетает в однородное электрическое поле в направлении силовых линий. Напряжённость поля 100 кВ/м. Сколько метров пролетит частица до остановки? [10]
10. Два одинаковых конденсатора соединили последовательно, батарею зарядили от источника с э.д.с. 360 В и затем отключили. Заряженные конденсаторы с помощью переключателя соединили параллельно. Определить в СИ напряжение на конденсаторах. [180]
11. 1000 одинаковых шарообразных капелек воды заряжены до одинакового потенциала 0,01 В. Определить в СИ потенциал большой шарообразной капли, которая получается в результате их слияния. [1]
12. Электрон пролетает плоский конденсатор против силовых линий, при этом его скорость возрастает вдвое. Во сколько раз надо увеличить напряжение на пластинах конденсатора, чтобы скорость электрона возросла в 4 раза? Начальную скорость в обоих случаях считать одной и той же. [5]
13. Определить, во сколько раз возрастёт ёмкость конденсатора, если в среднюю часть зазора вставить пластмассовую пластину с диэлектрической проницаемостью, равной 4, и толщиной, равной половине расстояния между обкладками. [1,6]

14. К заряженному конденсатору ёмкостью 5 мкФ подключают параллельно систему из двух последовательно соединённых незаряженных конденсаторов, ёмкости которых равны 10 мкФ и 20 мкФ . При этом по проводам протекает заряд $0,2 \text{ мКл}$. Определить в СИ, до какого напряжения был заряжен конденсатор. [70]
15. Три конденсатора с ёмкостями $C_1 = 2 \text{ мкФ}$, $C_2 = 4 \text{ мкФ}$ и $C_3 = 6 \text{ мкФ}$ соединены последовательно. Пробивное напряжение каждого из конденсаторов равно 600 В . Определить в СИ максимальную величину э.д.с. источника напряжения, к которому можно подключить эту конденсаторную батарею для её зарядки. [1100]
16. Обкладки плоского воздушного конденсатора ёмкостью 2 мкФ присоединены к аккумулятору, э.д.с. которого 100 В . Расстояние между обкладками 24 мм . На сколько изменится сила притяжения между обкладками, если конденсатор, не отключая от аккумулятора, опустить в жидкость с диэлектрической проницаемостью, равной 7 ? [2,5]
17. Металлический шар радиусом 10 см заряжен с поверхностной плотностью заряда 5 мКл/м^2 и помещен в среду с диэлектрической проницаемостью 30 . На расстоянии 20 см от поверхности этого шара расположен положительный точечный заряд. Величина заряда 5 мКл . На сколько миллиджоулей увеличится энергия этой системы зарядов, если точечный заряд приблизить к шару на 5 см ? [0,628]
18. Положительно заряженная капелька ($q_1 = 2 \text{ нКл}$) приближается к отрицательно заряженному ($q_2 = -4 \text{ мКл}$) тонкому металлическому кольцу радиусом 40 см . Масса капельки 9 мг , траектория капельки совпадает с осью кольца. В тот момент, когда расстояние между капелькой и плоскостью кольца равно 30 см , её скорость равна 1 м/с . Определить в СИ скорость капельки в центре кольца. [3]