



## ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Кириллов А.М., учитель гимназии № 44 г. Сочи (<http://kirillandrey72.narod.ru/>)

### 1. «Волшебное правило» - «крест-накрест»

Данное правило является базовым в алгебраических преобразованиях.

Служит для преобразования равенства отношений  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  в равенство произведений  $ad = cb$ .

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = cb$$

Рисунок 1 – Иллюстрация «волшебного правила»

Говорят, что равенство  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  тождественно равенству  $ad = cb$ .

Рассмотрим пример из физики. Возьмем формулу

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (1)$$

отражающую зависимость сопротивления проводника от его геометрических размеров.

$$R = \rho \frac{l}{S} \Rightarrow \frac{R}{1} = \frac{\rho l}{S} \Rightarrow RS = \rho l. \quad (2)$$

- Для чего это надо?

- Человеку, имеющему небольшой опыт в алгебраических преобразованиях, порой оказывается затруднительным выразить искомую величину из равенства вида (1). А равенство вида (2) может снять такие затруднения. Например, необходимо выразить из формулы (1) площадь поперечного сечения проводника  $S$ . Для начала используем «волшебное правило» и сведем равенство (1) к виду (2). После чего из (2) выразим  $S$ .

$$R = \rho \frac{l}{S} \Rightarrow \frac{R}{1} = \frac{\rho l}{S} \Rightarrow RS = \rho l \Rightarrow S = \frac{\rho l}{R}.$$

**Они поменялись местами**

Можно видеть, что в таких преобразованиях величина, «вытаскиваемая» из знаменателя, «меняется местами» с величиной, стоящей с другой «стороны барьера» (знака равенства). В данном случае местами поменялись  $R$  и  $S$ .

$$R = \rho \frac{l}{S} \Rightarrow S = \rho \frac{l}{R}$$

Рисунок 2 – Они поменялись местами

## 2. Хитрость – замена деления на умножение

Часто возникает ситуация, когда мы имеем дела с «многоэтажной»

конструкцией типа  $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$ . Глядя на такой «многоэтажный дом», совершенно

невозможно понять, что является числителем, а что знаменателем. Поэтому надо такие дроби писать так, чтобы не возникало таких вопросов. Например,

можно записать  $\frac{\left(\frac{a}{b}\right)}{\left(\frac{c}{d}\right)}$  или  $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$ . В этом случае понятно, что  $\frac{a}{b}$  является

числителем, а  $\frac{c}{d}$  - знаменателем.

Каким образом привести дробь  $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$  к более «приличному виду»?

Запишем для начала  $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} : \frac{c}{d}$ . Далее заменим деление на умножение,

$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$ . Теперь произведение двух простых дробей запишем как простую

дробь,  $\frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$ . В итоге:  $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}$ .

$$\left. \begin{array}{c} \frac{a}{b} \\ \frac{c}{d} \end{array} \right\} = \frac{ad}{bc}$$

Рисунок 3 – Преобразование «небоскреба»

### Частные случаи

$$1. \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{c}} = a : \frac{b}{c} = a \cdot \frac{c}{b} = \frac{ac}{b}.$$

$$2. \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{c}} = \frac{a}{b} : c = \frac{a}{b} : \frac{c}{1} = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{c} = \frac{a}{bc}.$$

$$\left. \begin{array}{c} a \\ \frac{b}{c} \end{array} \right\} = \frac{ac}{b} \qquad \left. \begin{array}{c} \frac{a}{b} \\ c \end{array} \right\} = \frac{a}{bc}$$

Рисунок 4 – «Снос одного этажа»

### Пример из физики

*Задача.* Определить сопротивление  $R$  проводника, если известно, что при приложении к его концам напряжения  $U$  через него за время  $t$  протекает заряд  $q$ .

*Решение:*

1. Сопротивление проводника можно определить из закона Ома для участка цепи.

$$I \leftarrow \frac{U}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{U}{I} .$$

2. По определению сила тока

$$I = \frac{q}{t} .$$

3. Получаем

$$R = \frac{U}{I} = \frac{U}{\frac{q}{t}} = \frac{Ut}{q} .$$

Ответ:  $R = \frac{Ut}{q}$ .

### Потренируйтесь

Преобразовать выражение

1)  $\frac{a}{b} + \frac{a}{c}$

2)  $\frac{\frac{a}{b} + \frac{a}{c}}{d}$

3)  $\frac{d}{\frac{a}{b} + \frac{a}{c}}$

4)  $\frac{\frac{d}{cb}}{\frac{a}{b} + \frac{a}{c}}$

5)  $\frac{\frac{a}{b} + \frac{a}{c}}{cb}$

6)  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$

7)  $\left(\frac{a}{b} + \frac{a}{c}\right) \cdot \left(\frac{b}{c} + \frac{a}{c}\right)$

Выразить из соотношения указанную величину

1)  $a \cdot b = c$      $a =$

2)  $\frac{a}{b} = c$      $a =$                        $b =$

3)  $\frac{a}{b} \cdot c = d \cdot e$      $a =$                        $b =$                        $c =$                        $d =$

4)  $\frac{a}{b} \cdot c = \frac{d}{e}$      $a =$                        $b =$                        $c =$                        $d =$                        $e =$

5)  $\frac{a}{b} - c = \frac{d}{e}$      $a =$                        $b =$                        $c =$                        $d =$                        $e =$

6)  $\frac{a-c}{b} = \frac{d}{e}$      $a =$                        $b =$                        $c =$                        $d =$                        $e =$

7)  $\frac{b}{a-c} = \frac{d}{e}$      $a =$                        $b =$                        $c =$                        $d =$                        $e =$

8)  $\frac{b}{a-c} = \frac{d}{e} + f$      $a =$                        $b =$                        $c =$                        $d =$      $e =$      $f =$